

---

# Systemes d'inférence floue : collaboration expertise et données dans un environnement de modélisation intégrée à l'aide de FisPro

Serge Guillaume<sup>1</sup>, Brigitte Charnomordic<sup>2</sup>

1. Irstea, UMR ITAP  
BP 5095  
34196 Montpellier, France  
serge.guillaume@irstea.fr

2. INRA/SupAgro, UMR MISTEA  
2 Place Viala  
34060 Montpellier, France  
bch@supagro.inra.fr

---

*ABSTRACT. Fuzzy inference systems are likely to play a significant part in system modeling, when data and expert knowledge integration is important. The aim of this paper is to set up some guidelines for this kind of modeling, based on practical experience in the fields of Agronomy and Environment.*

*We discuss fuzzy system assets, their ability for data and expert knowledge integration in a common framework, and their position relatively to other models. The open source FisPro implementation is presented and the approach is illustrated through two detailed case studies.*

*RÉSUMÉ. Les systèmes d'inférence floue peuvent avoir une place importante dans un processus de modélisation, quand l'intégration de données et d'expertise est nécessaire. L'objectif de cet article est de donner des lignes directrices pour ce type de modélisation, basées sur notre expérience pratique dans les domaines de l'agronomie et de l'environnement.*

*Nous discutons les points originaux de ces systèmes, leur capacité à intégrer expertise et données dans un cadre commun, ainsi que leur place par rapport à d'autres modèles. L'implémentation dans le logiciel open source FisPro est également présentée et deux cas d'étude illustrent l'approche.*

*KEYWORDS: fuzzy logic, modeling, agro-environment, knowledge representation, learning, open source software*

*MOTS-CLÉS : logique floue, modélisation, agro-environnement, représentation de connaissances, apprentissage, logiciel open source*

---

DOI:10.3166/RIA.22.1-26 © 2013 Lavoisier

## 1. Introduction

Les systèmes complexes souffrent d'un manque de modèles de simulation et de prévision qui prennent en compte la multitude des paramètres d'influence et leur variabilité. La gestion des systèmes agro-environnementaux complexes peut néanmoins s'appuyer sur une connaissance opérationnelle qui est disponible du fait de l'action permanente de l'homme. Les outils d'aide à la décision ont vocation à intégrer l'ensemble de cette connaissance opérationnelle, qu'elle soit issue de l'élucation de l'expertise ou extraite à partir des données.

A cet égard, nous pouvons énoncer quelques spécificités s'appliquant aux domaines de l'agronomie et de l'environnement. Les phénomènes observés sur lesquels l'homme agit sont spatio-temporels, par exemple *la zone de haut rendement pour l'année 2011*. Les systèmes de décision doivent travailler à plusieurs échelles : parcelle, exploitation, bassin versant, appellation contrôlée. Les données disponibles sont acquises avec des résolutions spatio-temporelles différentes, très élevées pour les capteurs embarqués ou les images aériennes, très faibles pour les mesures manuelles coûteuses comme les analyses de sol ou la mesure du potentiel hydrique des plantes. La variabilité qui caractérise le monde biologique induit une incertitude qu'il convient de prendre en compte. Enfin, les systèmes de décision doivent valoriser l'expertise humaine disponible.

La conception des systèmes de décision mobilise naturellement des techniques de l'intelligence artificielle : représentation de connaissances, raisonnement et apprentissage. Dans tous les cas, des structures de représentation de connaissance sont nécessaires : concepts (analyse formelle de concepts), arbres et graphes (conceptuels, réseaux bayésiens, ontologies), bases de règles, algèbre qualitative, etc. Différents types de raisonnement peuvent être requis, raisonnement déductif qui permet d'inférer une conclusion à partir de faits et d'évidences, et raisonnement inductif, qui a l'intérêt d'extraire de la connaissance à partir d'un échantillon de données. Dans le premier cas, les raisonnements sont implémentés à l'aide d'une logique (du premier ou du second ordre, modale, etc.). Dans le second, ils font appel à de multiples techniques d'induction qui se classent dans la grande famille de l'apprentissage (apprentissage de structures de graphes, de réseaux bayésiens, de bases de règles, etc.).

La logique manipule par essence des concepts, donc des notions de nature symbolique, alors que l'apprentissage à partir de données numériques intègre difficilement des éléments symboliques complémentaires. La fouille de données est souvent soit entièrement symbolique, soit entièrement numérique.

La logique floue (Zadeh, 1965) constitue un moyen de relier les mondes symbolique et numérique, notamment au travers des variables linguistiques, dont chaque concept est représenté par un ensemble flou. Elle propose un formalisme rigoureux permettant de traiter l'imprécision et l'incertitude.

Les systèmes d'inférence floue (SIF) sont une des applications les plus courantes de la logique floue. Ils implémentent des concepts, sous la forme de variables linguistiques, ainsi qu'un raisonnement déductif, à l'aide de règles floues.

La première génération de SIF (Mamdani, Assilian, 1975) s'appuyait sur la capacité de la logique floue à modéliser le langage naturel. Puis, une deuxième approche (Takagi, Sugeno, 1985) a proposé des algorithmes d'apprentissage automatique à partir des données. Cela a ouvert la voie à l'induction de règles. Cependant, la démarche d'apprentissage s'est rapidement éloignée de l'esprit initial qui visait à rapprocher le raisonnement humain de la machine, comme le résume la formule *Computing with words*.

Cette dérive a été constatée dans la littérature (Dubois, Prade, 1997) : *Avec le temps, la technologie des contrôleurs flous et les systèmes à base de règles floues semblent de moins en moins se rattacher à la théorie des ensembles flous pour devenir un outil d'approximation de fonctions.*

En réaction, les chercheurs ont développé une nouvelle voie de recherche. Comme indiqué dans (Guillaume, 2001), l'usage du formalisme flou ne suffit pas à garantir l'interprétabilité de la base de règles. Trois conditions doivent être satisfaites. Tout d'abord, les partitions floues des variables doivent respecter l'intégrité sémantique. Ensuite, le nombre de règles doit rester raisonnablement petit. Enfin, surtout dans les espaces de grande dimension, les règles doivent être incomplètes, c'est-à-dire ne pas inclure systématiquement l'ensemble des variables d'entrée mais seulement les plus importantes dans le contexte de la règle. Comme ces contraintes d'interprétabilité peuvent être en conflit avec l'amélioration de la performance numérique qui guide les algorithmes d'apprentissage, un compromis est nécessaire (Casillas *et al.*, 2003).

L'objectif de cet article est de donner des lignes directrices pour la modélisation, en utilisant des éléments fondamentaux de la logique floue : variables linguistiques et SIF. Cette modélisation est adaptée à des systèmes complexes, notamment en environnement et agronomie. Le travail présenté est le résultat d'une démarche de recherche appliquée, menée ces 10 dernières années, qui a donné lieu à plusieurs publications méthodologiques (Guillaume, 2001; Guillaume, Charnomordic, 2004; Guillaume, Magdalena, 2006; Jones *et al.*, 2009; Guillaume, Charnomordic, 2011; 2012a) et appliquées. Parmi les applications en agronomie et environnement, citons notamment : l'étude de l'impact de la combinaison spatio-temporelle des pratiques viticoles sur la qualité de l'eau à l'échelle du bassin versant (Colin *et al.*, 2011) ; la modélisation des interactions entre composantes de la durabilité d'un agro-système (Rajaram, Das, 2010) , la formalisation de la connaissance experte pour déterminer la zone optimale d'apport d'azote dans la culture du maïs (Tremblay *et al.*, 2010) ; la modélisation de l'interaction entre pratiques agricoles et terroir sur la vigueur et la précocité de la vigne (Coulon *et al.*, 2012) ou encore la caractérisation des zones de fonctionnement agronomique à partir de données viticoles (Grelier *et al.*, 2007) ; un diagnostic d'occupation du sol pour la culture de canne à sucre sur l'île de la Réunion (El Hajj *et al.*, 2009).

Cette démarche de recherche appliquée s'est accompagnée d'un effort de production d'un logiciel open-source, *FisPro*<sup>1</sup>, qui a permis le développement d'applications utilisant les SIF dans des domaines très variés : économique, hydraulique, robotique, agro-alimentaire, médical, ... Il donne accès à des méthodes de conception et d'optimisation des variables linguistiques et des SIF, méthodes dont l'originalité est de garantir la sémantique. Il implémente plusieurs opérateurs et mécanismes d'inférence. Dans cet article, les éléments de modélisation sont illustrés avec *FisPro*.

Ce travail commence par rappeler, dans la section 2, les principes des variables linguistiques et des SIF, en insistant sur la sémantique et l'interprétabilité. Il décrit ensuite dans la section 3 leur utilisation comme cadre de coopération entre expertise et données, en s'appuyant sur *FisPro*. L'ensemble de la démarche est illustré par deux études de cas dans les domaines de l'agronomie et l'environnement, détaillées en section 4.

## 2. Variables linguistiques, SIF, et intérêt dans la modélisation

Dans cette section, nous allons donner quelques éléments nécessaires pour comprendre l'approche de modélisation proposée dans ce travail : variable linguistique, base de règles floues et SIF.

Les variables linguistiques sont nécessaires pour représenter les entrées des SIF, et éventuellement leur(s) sortie(s). Elles peuvent également être utilisées, dans un tout autre cadre de modélisation, pour définir des distances entre individus en tenant compte de l'expertise et des données. Le type de distance est un paramètre important des procédures basées sur la proximité, comme les algorithmes de clustering.

### 2.1. Ensemble flou et variable linguistique

Un *ensemble flou* est défini sur un univers numérique  $U$  par sa fonction d'appartenance,  $\mu$  qui à tout  $x \in U$  associe  $0 \leq \mu(x) \leq 1$ .

Un ensemble flou  $i$  possède un noyau, comprenant l'ensemble des points pour lesquels le degré d'appartenance vaut 1,  $K_i = \{x | \mu_i(x) = 1\}$ , et un support, comprenant l'ensemble des points pour lesquels le degré d'appartenance est non nul,  $S_i = \{x | \mu_i(x) > 0\}$ .

Zadeh a proposé le concept de variable linguistique (Zadeh, 1975) pour implémenter des concepts et des raisonnements approchés, l'objectif étant de rendre plus aisée la contribution à la modélisation des experts d'un domaine.

Une *variable linguistique*  $V$ , définie sur l'univers du discours  $U$ , est caractérisée par un ensemble de termes linguistiques représentant les symboles que peut prendre la variable  $V$ , et autant d'ensembles flous définis sur  $U$ . Chacun des ensembles flous

---

1. <http://www7.inra.fr/mia/M/fispro/>

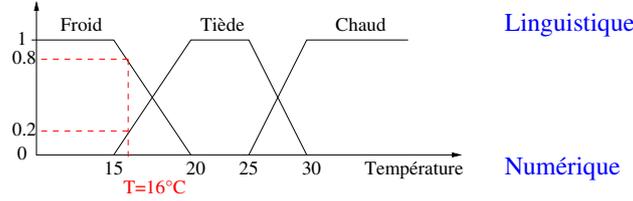


Figure 1. Une variable linguistique

implémentent dans le domaine numérique un concept linguistique. Les ensembles flous définissent une partition floue sur  $U$ . Une partition floue représente une extension d'une partition classique constituée d'intervalles disjoints.

La figure 1 montre un exemple de variable linguistique *Température* avec 3 termes linguistiques, *Froid*, *Tiède*, *Chaud*.  $U = [10, 40] ^\circ C$  est l'univers du discours.

L'interface entre les concepts et les valeurs numériques se fait par les degrés d'appartenance. Avec cette partition, la valeur  $x = 16 ^\circ C$  a des degrés d'appartenance  $\mu_1(x) = 0.8$ ,  $\mu_2(x) = 0.2$ ,  $\mu_3(x) = 0$  aux différents ensembles de la partition. Cette valeur de température peut donc être considérée comme *Froide* avec un niveau de 0.8 et comme *Tiède* à un niveau de 0.2. Elle n'est pas considérée comme *Chaude*.

La partition floue de la figure 1 est dite *partition floue forte*. Une partition floue forte, décrite par  $f$  ensembles flous sur l'univers  $U$ , satisfait la condition suivante :

$$\forall x \in U, \sum_{i=1}^f \mu_i(x) = 1 \quad (1)$$

Les partitions, pour être interprétables, doivent vérifier les propriétés suivantes (Oliveira, 1999; Glorennec, 1999) :

- Distinguableté : les ensembles sont identifiables et chacun d'entre eux peut être associé sans ambiguïté à un concept. Ce point est crucial pour garantir la correspondance entre les univers linguistique et numérique.
- Granularité : Le nombre d'ensemble flous doit être justifiable, chacun des ensembles doit être utile au raisonnement et garantir un niveau de généralisation important. Des travaux de psychologie ont montré que  $7 \pm 2$  était une limite (Miller, 1956).
- Couverture : chaque point,  $x$ , doit appartenir avec un degré significatif,  $\mu(x) > \epsilon$ , à au moins un ensemble flou.  $\epsilon$  est appelé le niveau de couverture, il vaut 0.5 dans une partition floue forte.
- Normalisation : les ensembles doivent posséder un noyau non vide.

– Recouvrement : les ensembles doivent se recouvrir de façon significative afin d’assurer une transition progressive entre deux concepts adjacents.

Comme les partitions floues fortes, sous réserve de leur granularité, garantissent l’ensemble de ces propriétés, et ainsi le respect de la sémantique, elles seront systématiquement utilisées dans la modélisation pour tous les exemples traités dans cet article.

## 2.2. Utilisation des variables linguistiques pour la construction de semi-distances

Une fonction de semi-distance<sup>2</sup> basée sur le partitionnement flou a été proposée afin d’introduire de la connaissance experte dans tout algorithme faisant intervenir un calcul de distance (Guillaume *et al.*, 2013). Pour calculer la distance entre 2 points  $x$  et  $y$ , il faut combiner plusieurs éléments, de nature numérique et symbolique. La composante numérique rend compte de la position du point au sein d’un ensemble flou et de la multi-appartenance ; la composante symbolique permet de prendre en compte la position des ensembles flous, concepts, au sein de la partition.

Dans le cas de partitions générales, cette semi-distance, notée  $d_P$ , est une somme de distances partielles comme illustré par les flèches sur la partie supérieure de la figure 2.

Dans le cas particulier de partitions floues fortes (cf Equation 1), la formule de  $d_P$  se simplifie. Les définitions nécessaires sont données ci-dessous, d’abord dans le cadre mono-dimensionnel, puis multi-dimensionnel. Elles’appliquent à des données de l’intervalle unité  $U = [0, 1]$ .

### 2.2.1. Semi-distance mono-dimensionnelle

Soit  $X_i = [K_i, K_{i+1}[$ , pour  $0 \leq i \leq f$ , où  $K_i$  est la borne inférieure du noyau du  $i^{eme}$  ensemble flou de la partition, qui en compte  $f$ . La borne supérieure du noyau du même ensemble est notée  $\overline{K}_i$ . Lorsque le noyau est réduit à un seul point, il est simplement noté  $K_i$  (voir la figure 2 pour une illustration des notations).

Notons  $I(x)$  la fonction telle que :

$$\forall i \in [1, f], x \in X_i \Leftrightarrow I(x) = i$$

Introduisons la fonction P:

$$P(x) = I(x) - \mu_{I(x)}(x) \quad (2)$$

$I(x)$  représente la partie symbolique, position au sein de la partition,  $\mu_{I(x)}(x)$  est la partie numérique, position au sein de cet ensemble.  $P$  est une fonction croissante positive de  $x$ .

2. Avec une semi-distance,  $d(x, y) = 0 \Rightarrow x=y$ , contrairement à ce qui se passe avec une distance.

$d_P(x, y)$  est défini comme :

$$d_P(x, y) = \frac{|P(x) - P(y)|}{f - 1} \quad (3)$$

Cette semi-distance reflète bien le sens d'une partition : un ensemble flou représente un concept distinct d'un autre, et donc les points qui appartiennent à des ensembles différents sont plus éloignés que ceux qui appartiennent à un même ensemble ; d'autre part la distance entre deux éléments indiscernables, ceux du noyau d'un même ensemble flou, est nulle.

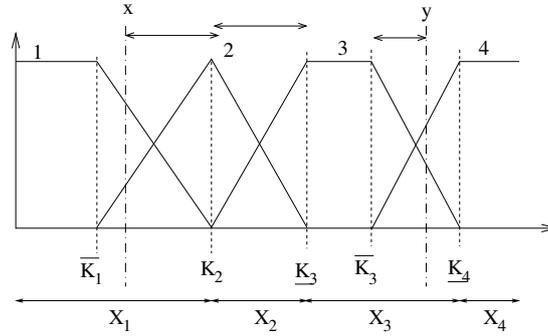


Figure 2. Notations et calcul de  $d_P(x, y)$  - Les flèches dans la partie supérieure représentent les différents éléments.

### 2.2.2. Semi-distance multi-dimensionnelle

Soit 2 vecteurs  $x = (x_1, \dots, x_M)$  and  $y = (y_1, \dots, y_M)$  avec  $x_i, y_i \in [0, 1]$ ,  $\forall i \in 1, \dots, M$ .

$d$  est défini par une combinaison de Minkowski, comme suit :

$$\forall x, y \quad d(x, y) = \left[ \sum_{j=1}^M (d_j(x_j, y_j))^k \right]^{\frac{1}{k}} \quad (4)$$

où  $k$  est une valeur scalaire positive (exposant de Minkowski). Cette définition permet d'utiliser différentes sous-distances dans chaque dimension, et donc de combiner par exemple  $d_P$  et la distance euclidienne.

Les preuves des propriétés qui font de  $d_P$  et de  $d$  des semi-distances sont détaillées dans (Guillaume *et al.*, 2013), pour le cas de partitions floues plus générales que les partitions floues fortes.

La section 4.2 montre un cas d'utilisation de  $d_P$ , pour la définition de zones de gestion en viticulture.

Revenons maintenant à l'application privilégiée des variables linguistiques, celle relative au raisonnement à base de règles floues.

### 2.3. Base de règles floues

Une règle est de la forme *Si  $X_1$  est  $A$  ET  $X_2$  est  $B$  ET ... Alors  $Y$  est  $C$* . La prémisses ou antécédent de la règle est la partie qui suit le *Si*, et la partie qui suit le *Alors* est appelée conséquence, ou simplement conclusion.

Le caractère flou de la règle provient du fait que prémisses, et éventuellement conclusions, sont définies par des concepts linguistiques, implémentés par des ensembles flous.

La relation  *$X$  est  $A$*  (par exemple *Température est Tiède*) pour chacune des composantes du vecteur d'entrée est quantifiée par le degré d'appartenance de la valeur  $x$  au sous-ensemble flou  $A$ . Elle mesure le niveau de correspondance entre la valeur numérique  $x$  et le concept linguistique représenté par l'ensemble  $A$ .

*ET* est l'opérateur de conjonction, qui généralise l'intersection d'ensembles, et permet d'agréger les degrés d'appartenance au sein d'une prémisses multidimensionnelle. Les plus employés sont le minimum et le produit.

L'ensemble des règles de raisonnement forme le moteur d'inférence du système. Leur caractère approché permet de qualifier des situations ou de prendre des décisions d'action à partir d'informations imprécises.

### 2.4. Structure d'un SIF

Un système d'inférence flou est formé de trois blocs comme indiqué sur la figure 3. Le premier, l'étage de fuzzification transforme les valeurs numériques en degrés d'appartenance aux différents ensembles flous de la partition. Le second bloc est le moteur d'inférence, constitué de l'ensemble des règles. Enfin, un étage de défuzzification permet, si nécessaire, d'inférer une valeur nette à partir du résultat de l'agrégation des règles.

Un SIF peut avoir une ou plusieurs sorties. Chaque sortie est un ensemble de valeurs possibles dont l'interprétation varie avec le type de règles (Dubois, Prade, 1996). Les règles les plus courantes, dites conjonctives, représentent des valeurs conjointement possibles dans les espaces d'entrée et de sortie. Chaque règle garantit donc le niveau de possibilité d'un ensemble de valeurs. Les règles sont agrégées de façon disjonctive sur l'ensemble de la base de règles pour rendre compte de l'ensemble des possibilités. Les règles implicatives (Jones *et al.*, 2009) généralisent l'implication logique et le Modus Ponens. Chacune des règles restreint l'univers des valeurs pos-

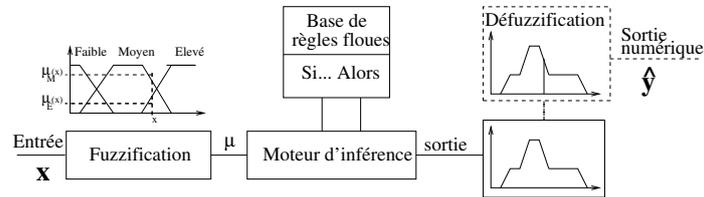


Figure 3. Un système d'inférence floue

sibles. Les règles sont donc agrégées de façon conjonctive afin de prendre en compte l'ensemble des contraintes.

Quelle que soit la sémantique de la distribution des valeurs possibles, celle-ci peut être réduite à une valeur précise si nécessaire. Le mode de calcul de la sortie dépend des opérateurs d'implication, d'agrégation et de défuzzification utilisés. Il existe deux grandes familles d'opérateurs de défuzzification. La première famille comprend ceux qui font une interpolation entre ensembles en tenant compte de toutes les valeurs possibles, en calculant par exemple le centre de gravité de la distribution. La seconde travaille au niveau d'un seul ensemble, celui avec le plus fort degré de possibilité, et renvoie une des valeurs correspondant au degré maximum.

### 3. Expertise, apprentissage et démarche intégrée avec FisPro

Comme précisé dans l'introduction, l'objectif de cet article est de donner des lignes directrices pour la modélisation, en utilisant le raisonnement basé sur des variables linguistiques et en s'appuyant sur le logiciel *FisPro*.

Cette section présente tout d'abord les fonctionnalités principales du logiciel. Elle aborde ensuite brièvement les méthodes de construction automatique de partitions et de règles floues, avant de donner quelques éléments clés pour l'intégration expertisée-données.

#### 3.1. *FisPro*: une interface conviviale

Nous ne rappelons ici que les fonctionnalités majeures de *FisPro* . La documentation utilisateur disponible sur le Web décrit en détail son fonctionnement.

*FisPro*, open source et multi-plateformes, comporte des modules pédagogiques et des fonctions exploratoires. Son interface est disponible en quatre langues. Proposé aussi sous la forme d'une bibliothèque de fonctions autonome, il peut être intégré dans d'autres programmes.

Il possède de nombreuses fonctionnalités utiles en modélisation experte :

- Possibilité de désactiver des variables, des règles ou des exemples de données, choix des ensembles flous et visualisation des partitions avec la distribution des données,
- Répercussion dynamique de toute modification de paramètre,
- Outils exploratoires du comportement et de la représentativité du SIF (surface de réponse, liens entre règles et exemples),
- Inférence manuelle ou à partir d'un fichier de données, avec une évaluation quantitative de la performance du système, et de son indice de couverture

### 3.2. Construction automatique de SIF par apprentissage

Les partitions floues et les bases de règles peuvent être construites automatiquement à partir de données, par apprentissage. L'objectif de l'apprentissage est ici particulièrement ambitieux. Il ne s'agit pas seulement d'un apprentissage de paramètres, comme par exemple les poids dans un réseau, bayésien ou de neurones, mais, par la définition de la structure du système, d'une extraction de connaissance à partir de données.

Si l'utilisation des SIF fait appel à un raisonnement déductif, le type de raisonnement mis en œuvre au cours du processus d'apprentissage est l'induction qui consiste à générer des lois générales, ici sous forme de règles, à partir de phénomènes observés sur un échantillon. Il s'agit donc d'une démarche risquée, qui devra être validée à la fois par des indicateurs numériques et par une analyse de la connaissance produite. L'application sans précaution de méthodes d'apprentissage peut conduire à une perte de sémantique (Guillaume, 2001), et à un oubli du sens premier de la logique floue : l'interprétabilité des concepts et la cohérence des règles.

La recherche de la meilleure précision ne doit pas conduire à sacrifier ce qui fait la spécificité de ces systèmes : leur interprétabilité, qui est une condition nécessaire pour la coopération entre l'apprentissage automatique et l'expertise. Le point fort de *FisPro* est de proposer des méthodes d'apprentissage qui garantissent le respect de la sémantique : ensembles flous interprétables, règles non nécessairement complètes, vocabulaire partagé par les règles, optimisation sous contraintes.

Nous ne donnons pas ici le détail des méthodes disponibles, mais simplement un diagramme récapitulatif avec des conseils d'utilisation. Ce diagramme, représenté sur la figure 4, se lit de haut en bas. Il résume les choix possibles durant la génération automatique des SIF.

La génération comporte 2 grandes étapes. La première est la définition des entrées et des sorties du SIF. Si de l'expertise est disponible, les partitions floues des variables d'entrée peuvent être spécifiées conformément à cette expertise. Sinon, les partitions peuvent être générées en fonction des données (méthodes *k-means* ou *hfp*, Hierarchical Fuzzy Partitioning). Les sorties peuvent être floues, auquel cas les mêmes méthodes

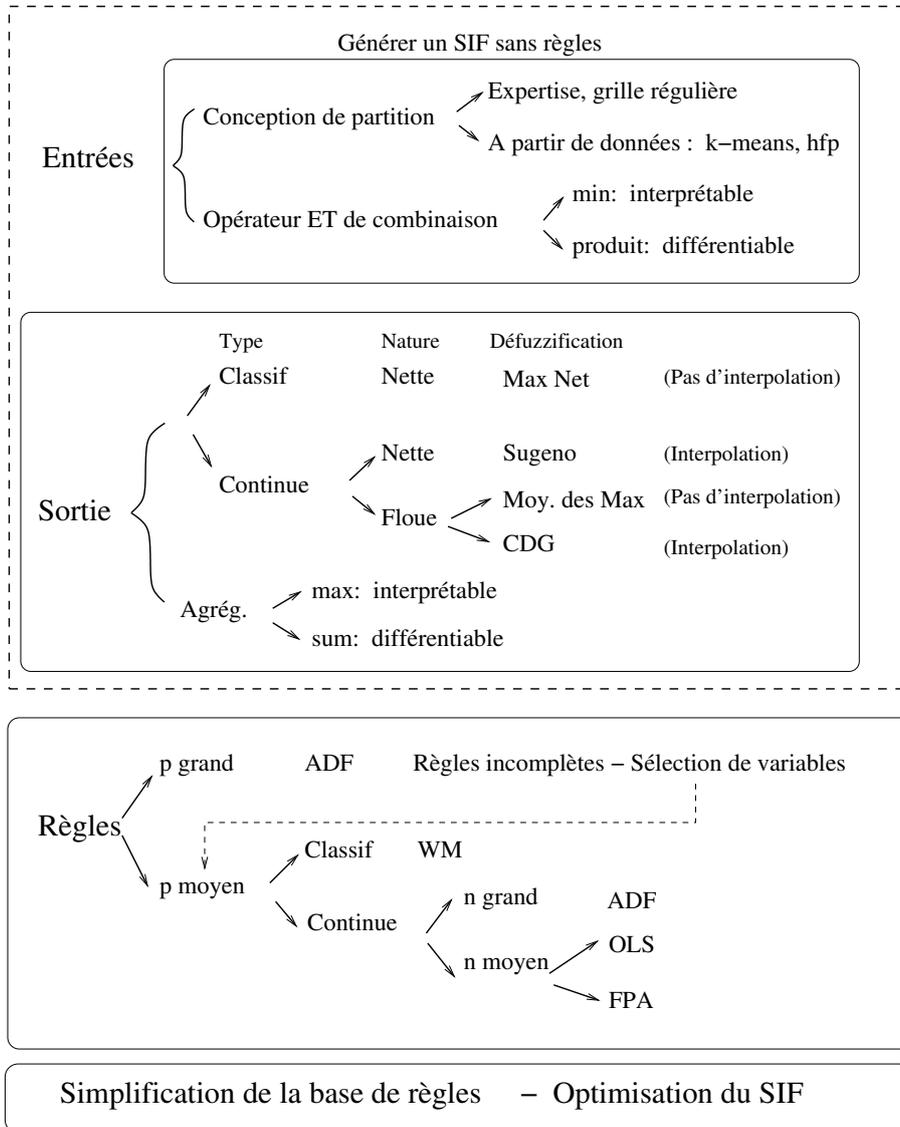


Figure 4. Diagramme récapitulatif des méthodes d'apprentissage avec *FisPro* -  $n$  est le nombre de lignes du fichier de données ;  $p$  est le nombre de variables d'entrée.

que pour les entrées sont applicables. Sinon, la sortie est dite nette, et sa valeur est un scalaire. Les opérateurs de défuzzification dépendent du type de sortie et de la nature du problème : classification ou régression.

La seconde étape est la génération des règles. Il n'existe pas de choix universel de *meilleure méthode*. Cependant, si le nombre  $p$  de variables explicatives est grand, il est recommandé d'appliquer en pré-traitement une procédure de sélection de variables, par exemple des *Arbres de décision flous (ADF)*. Si  $p$  est relativement petit, *WM* (Wang & Mendel) peut être indiqué pour traiter des problèmes de classification. Pour des problèmes de régression, et un petit nombre  $n$  d'exemples, les *Arbres de décision flous (ADF)* sont une bonne solution. Si  $n$  est grand, une méthode inspirée des statistiques comme *OLS* (Fuzzy Orthogonal Least Squares) réussira à extraire les règles les plus significatives et à repérer les valeurs aberrantes. La méthode *FPA* (Fast Prototyping Algorithm) peut fournir, en un temps d'exécution court, un prototypage du jeu de données.

Quelle que soit la méthode de génération de partitions et de règles floues utilisée, le SIF peut être simplifié ou optimisé par des procédures de validation croisée.

### 3.3. *Intégration expertise et données*

La figure 5 décrit l'approche de modélisation avec des SIF, et la coopération expertise-données.

Cette approche permet d'introduire de l'expertise à différentes étapes : (i) construction des partitions floues (définition du nombre de concepts), (ii) écriture des règles dans le cas d'un petit nombre de variables. Les données facilitent le travail de modélisation, en complétant l'expertise à toutes les étapes, pour la construction des ensembles flous correspondant aux concepts et pour la génération automatique de règles par apprentissage dans le cas d'un grand nombre de variables. Enfin elles sont utilisées pour l'optimisation des SIF et leur validation sur des jeux de test.

L'expertise permet également de construire manuellement des ensembles flous et des règles dans les zones pour lesquelles les données ne sont pas disponibles.

Dans la dernière étape, celle de validation, nous proposons d'analyser le SIF non seulement à l'aide de ses performances numériques, mais aussi en étudiant la connaissance produite. La capacité de généralisation du SIF peut être évaluée par des procédures de validation croisée, mais aussi en analysant, de façon experte, les zones de mauvaise performance et les liens entre exemples et activation des règles.

Le formalisme flou augmente la complexité du modèle (plus de paramètres, choix des opérateurs ...). Son utilisation doit donc être justifiée.

Il nous semble que c'est le cas lorsqu'une expertise a priori est disponible, et que le modèle va faire l'objet d'une interaction avec les experts. En effet, l'expertise est souvent apte à exprimer des tendances, qui doivent être affinées avec les données pour améliorer les modèles. Les contraintes liées à l'interprétabilité restreignent cette

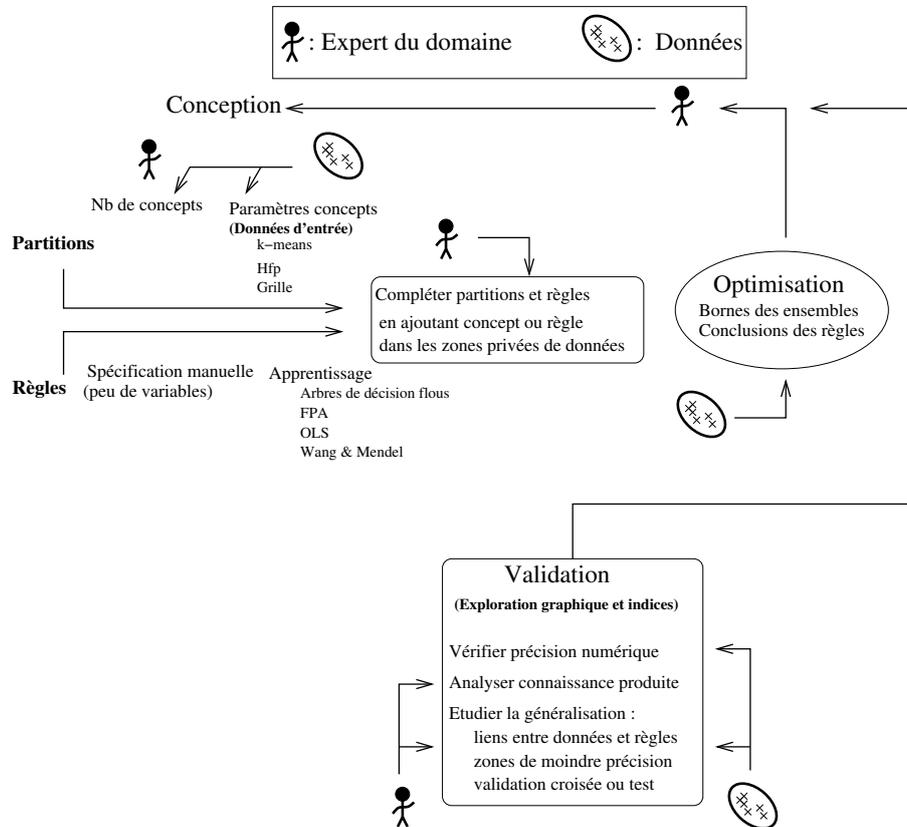


Figure 5. Approche intégrée de modélisation avec *FisPro*

approche à des systèmes de faible dimension. Cette restriction peut être contournée par l'utilisation de sous-systèmes organisés de façon hiérarchique, la sortie de l'un devenant une entrée du suivant. Cela permet d'introduire des variables dites agrégées, dont le comportement peut être analysé plus facilement. Un exemple d'application à la modélisation de la vigueur et de la précocité de la vigne est décrit dans (Coulon *et al.*, 2012).

D'après notre expérience, étant donné qu'il existe plusieurs modèles possibles pour représenter un système complexe, le processus de modélisation gagne à être itératif. Les premiers modèles, en particulier ceux construits par apprentissage, rendent possible une interaction avec les experts. Leur analyse permet à son tour d'affiner la connaissance à prendre en compte : granularité des concepts par exemple, ou iden-

tification de sous-systèmes. De nouveaux modèles peuvent alors être générés, et le processus réitéré.

#### 4. Etude de cas en agronomie

Nous présentons dans cette section deux cas d'étude. Le premier est lié au processus de pulvérisation de pesticides sur la vigne, le second correspond à la détermination de zones de gestion en agriculture de précision.

##### 4.1. Pesticides

L'objectif de l'étude est de modéliser la relation entre les pertes aériennes et les facteurs micro-climatiques lors d'un processus de pulvérisation sur la vigne. L'approche classique, la régression linéaire multiple, est comparée à un système d'inférence floue. Cette application est détaillée dans (Gil *et al.*, 2008).

Le produit est appliqué par un pulvérisateur à jet porté. Cette étude est limitée à un type de buse qui produit des gouttes *fines* d'un diamètre moyen (VMD) de 134  $\mu m$ .

La variable à expliquer est donc le pourcentage de produit émis perdu par la voie aérienne. Les variables explicatives considérées sont :

- $W$  : Vitesse du vent ( $m/s$ )
- $T$  : Température de l'air ( $^{\circ}C$ )
- $\Delta T$  : Différence psychrométrique ( $^{\circ}C$ )
- $z/L$  : Paramètre de stabilité de l'atmosphère

Le jeu de données comprend 32 échantillons, correspondant à diverses situations expérimentales.

##### 4.1.1. Approche statistique

La régression linéaire<sup>3</sup> produit le modèle suivant :

$$\hat{Y}_i = 9.719 - 0.229(T) + 0.109(W * \Delta T)$$

caractérisé par un coefficient de détermination  $R^2 = 0.70$ . Le résultat est illustré sur la figure 6.

Ce type de modèle reste difficile à interpréter : quel est le sens du terme d'interaction entre  $W$  et  $\Delta T$  ?

Les arbres de décision classiques (AD) constituent une alternative. Dans ces modèles les variables sont introduites, à chaque coupure d'un nœud de l'arbre, en fonction de leur capacité à segmenter l'espace. La figure 7 montre l'arbre élagué produit par le

---

3. Toutes les analyses statistiques sont réalisées avec le logiciel R : <http://www.r-project.org/>

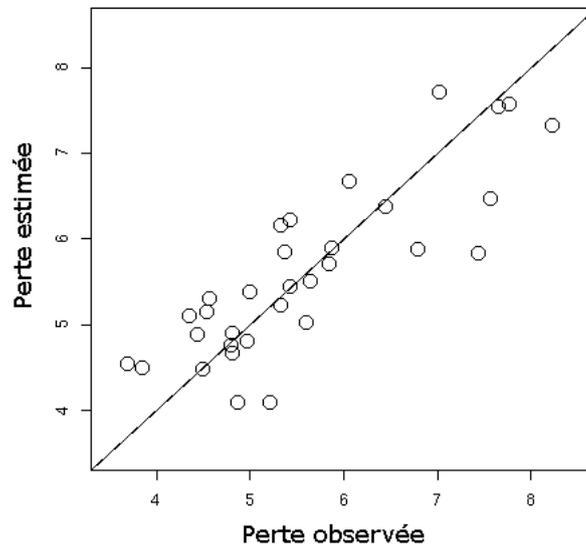


Figure 6. Pertes aériennes : régression linéaire

programme *rpart*, implémentation de la méthode CART (Breiman *et al.*, 1984) dans R, qui produit des arbres à coupure binaire.

La variable la plus importante est, comme attendu, la vitesse du vent, la seconde qui est introduite est la température de l'air.

L'interprétation est aisée, le chemin entre la racine et une feuille (nœud terminal) est une règle. Par exemple, sur la figure 7, l'arbre a trois feuilles, et correspond donc à trois règles. Pour la feuille la plus à gauche, la règle correspondante se lit ainsi : *Si  $W < 1.46$  et  $T > 22.54$  alors la perte moyenne est de 4.628%*.

L'utilisation de seuils dans les coupures limite toutefois l'utilisation de tels modèles. En effet le résultat est très sensible à ces valeurs déterminées automatiquement. D'autre part, la présence de ces seuils interdit toute interpolation entre règles et donc le nombre de valeurs inférées possibles est réduit au nombre de feuilles de l'arbre.

Les arbres de décision peuvent également être implémentés avec la méthode de (Quinlan, 1986), qui permet de générer des arbres à coupure non binaire, particulièrement utiles pour des variables d'entrée symboliques. Cependant le problème de non interpolation entre règles reste le même.

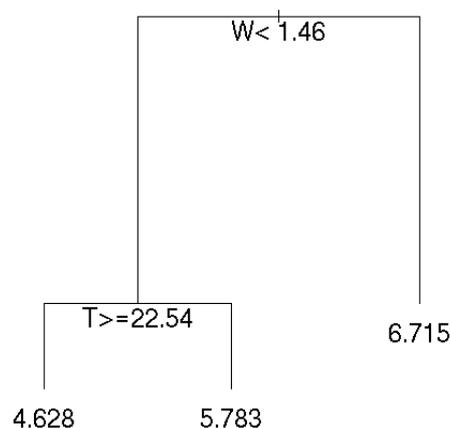


Figure 7. Pertes aériennes : l'arbre élagué

La version floue des arbres de décision permet de s'affranchir de ces limites.

#### 4.1.2. Modélisation floue

Les arbres de décision flous (ADF) implémentés dans *FisPro* sont conformes à la méthode décrite dans (Weber, 1992), qui généralise les AD classiques de (Quinlan, 1986). Le principe est d'introduire une notion d'entropie floue, qui intervient dans le critère de coupure. Tous les détails sont donnés dans (Guillaume, Charnomordic, 2011).

La construction des ADF comprend trois étapes : la conception des partitions, la construction de l'arbre, son élagage.

Les partitions permettent de représenter la connaissance experte lorsqu'elle est disponible (Guillaume, Magdalena, 2006; Guillaume *et al.*, 2013). Ainsi dans la figure 8, la vitesse du vent est découpée suivant l'échelle de Beaufort. Ceci rend les règles très interprétables puisque les labels linguistiques correspondent aux degrés Beaufort.

L'arbre de la figure 9 est l'arbre élagué. Il comporte six feuilles, correspondant à six règles floues. La première coupure est liée à la variable  $W$ . Celle-ci étant découpée en trois ensembles flous, associés aux concepts *Élevée*, *Moyenne*, *Faible*, trois nouveaux nœuds sont créés dans l'arbre. Celui de gauche est une feuille. La règle floue associée est : *Si  $W$  est élevée, alors la perte est de 7.14%*, les deux autres sont des nœuds intermédiaires, sur lesquels vont s'opérer de nouvelles coupures, correspon-

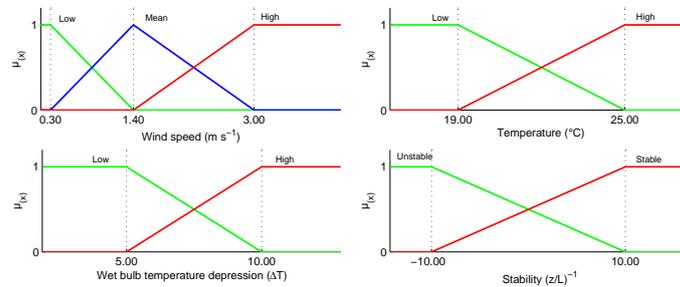


Figure 8. Pertes aériennes : partitions floues des entrées

dant par exemple à la règle *Si W est moyenne et T est faible, alors la perte est de 6.17%*.

Du fait qu'une valeur numérique peut appartenir à plusieurs concepts avec des degrés compris entre 0 et 1, plusieurs règles sont susceptibles d'être activées dans le système d'inférence floue équivalent à l'arbre. Cela permet une interpolation entre les règles et évite ainsi les problèmes de seuil des arbres classiques.

Ce type de représentation permet de formuler quelques recommandations quant aux conditions climatiques favorables pour la pulvérisation : *éviter* les événements venteux mais aussi *préférer* les moments où la température de l'air est élevée pour minimiser les pertes aériennes.

Les résultats, comme le montre le graphe de la figure 10, sont comparables en performance à ceux obtenus avec la régression linéaire, avec un coefficient de détermination  $R^2 = 0.70$ .

L'ensemble des paramètres du système peut être optimisé<sup>4</sup>, notamment les conclusions des règles et le placement des concepts linguistiques, pour améliorer la précision numérique tout en conservant la structure du système et la propriété d'interprétabilité. La partition du vent, construite à partir de l'échelle de Beaufort, n'est pas modifiée. L'évolution des deux autres variables d'entrée est illustrée sur la figure 11.

Le système final, qui résulte de l'agrégation des différents systèmes optimisés par une procédure de validation croisée, est caractérisé par  $R^2 = 0.79$ . L'optimisation permet un gain relatif de 12 % (Guillaume, Charnomordic, 2012a) sur le  $R^2$ .

4. L'algorithme d'optimisation est présenté dans (Guillaume, Charnomordic, 2012b).

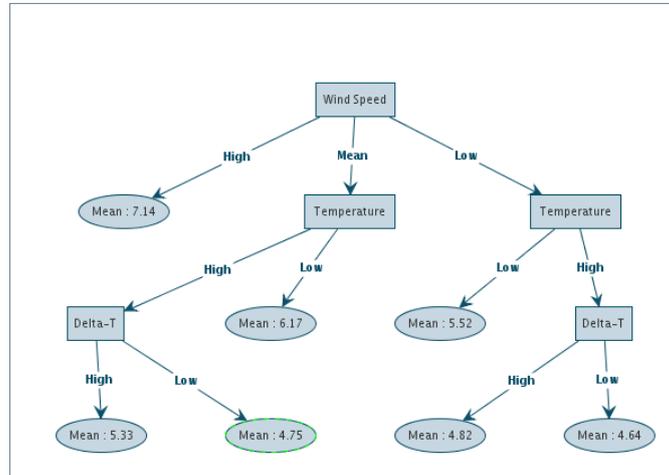


Figure 9. Pertes aériennes : arbre de régression flou

#### 4.2. Zonage

Dans la culture des céréales, l'interaction entre le rendement et le taux de protéines est un élément clé de la conduite agronomique. Il permet de dimensionner les apports d'azote pour optimiser le rendement. Ces informations sont maintenant disponibles en très haute résolution du fait de la présence de capteurs sur les moissonneuses-batteuses. Pourtant, peu de travaux ont été dédiés à l'étude conjointe de ces deux caractéristiques.

L'approche la plus courante consiste en une opération de groupage multidimensionnel, par exemple par l'algorithme des *k - means*. Celle-ci présente deux inconvénients majeurs : l'absence de continuité spatiale et la difficulté de labélisation des classes. En effet, comme montré dans (Pedroso *et al.*, 2010), ce type d'algorithme produit des classes, sans aucune contrainte spatiale, qui sont ensuite projetées dans l'espace géographique. D'autre part, dans une combinaison multidimensionnelle, la distance résulte de compensations entre les variables, avec le risque d'inclure dans un même groupe des individus qui ne se ressemblent dans aucune des dimensions.

Nous proposons d'appliquer une méthode de segmentation univariée sur chacune des variables puis d'agrèger les cartes résultantes. L'algorithme de segmentation (Pedroso *et al.*, 2010) est capable de traiter des données qui ne sont pas distribuées sur une grille régulière. Les principales étapes sont les suivantes :

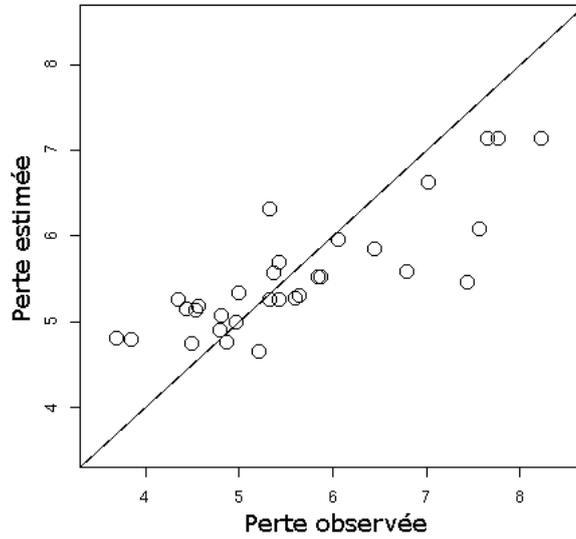


Figure 10. Pertes aériennes : inférence avec arbre flou

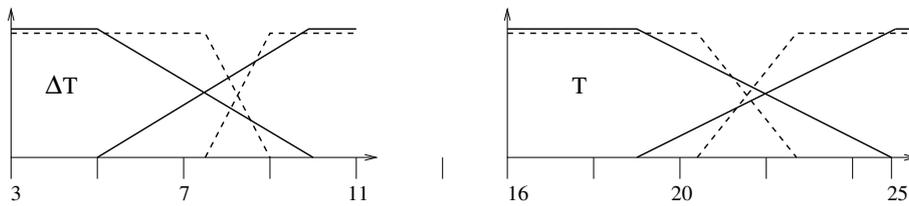


Figure 11. Pertes aériennes : les deux partitions optimisées (pointillés)

- Initialisation : un point définit une zone
- Répéter
  - Fusionner la paire de zones voisines les plus proches dans l'espace de la variable
  - Actualiser la liste de zones et des zones voisines
- Tant qu'un critère d'arrêt n'est pas satisfait

Cet algorithme intègre les contraintes de deux types d'espace. En effet, le voisinage est défini dans l'espace géographique, et seuls les voisins sont examinés, tandis que la proximité est évaluée dans l'espace de l'attribut. La métrique est un paramètre de l'algorithme : ce peut être la distance euclidienne mais aussi la semi-distance, présentée dans la section 2.2, basée sur une partition floue. Le critère d'arrêt est le nombre de zones.

Les données, collectées en 2004 à partir d'une moissonneuse-batteuse équipée d'un GPS différentiel, proviennent d'une exploitation de 80ha située dans le nord ouest de la province des Nouvelles Galles du Sud de l'Australie. Leur densité est de 65 points/ha pour les protéines et de 725 points/ha pour le rendement.

Les figures 12 et 13 montrent les distributions des données ainsi que les partitions expertes qui sont utilisées pour le calcul des distances.

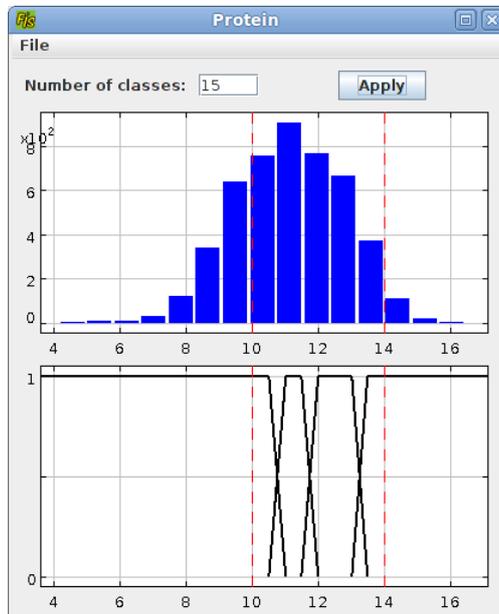


Figure 12. Protéine : histogramme et partition

La superficie minimale d'une zone, paramètre contrôlé par l'algorithme, est d'environ 0.5 ha (fixé par l'expert), ce qui représente 350 mesures pour la variable rendement et 30 pour la variable taux de protéines. Plusieurs cartes sont générées pour chacune des variables, correspondant à 5, 10 ou 15 zones.

Le résultat est une intersection de deux cartes comportant  $r$ -zones et  $p$ -zones. Par exemple la carte  $p05r10$  est le résultat de l'intersection de la carte de 5 zones pour

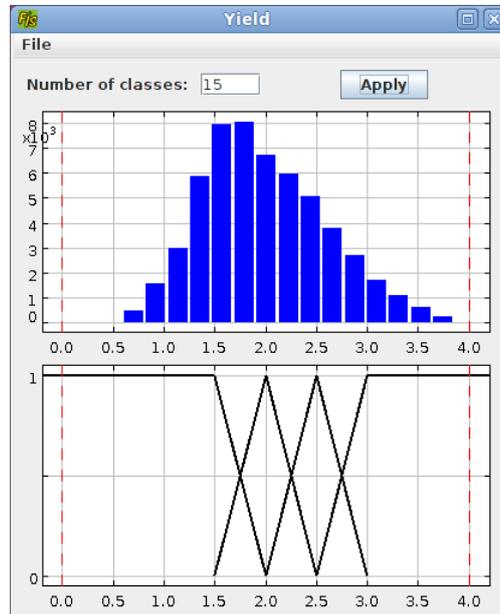


Figure 13. Rendement : histogramme et partition

les protéines avec celle de 10 zones pour le rendement. Les polygones dont la surface est inférieure à 0.5 ha sont retirés. La carte contient donc des points non affectés, des trous.

Afin de produire une surface continue, une interpolation est réalisée suivant une maille de 5 m. Les points situés dans les trous ont été étiquetés suivant la valeur du polygone le plus proche.

La figure 14 montre le résultat de la combinaison  $p10r15$ .

Une ANOVA permet de déterminer la part de variance expliquée par le zonage pour chacune des deux variables. Les coefficients de détermination sont de 0.54 pour le rendement et 0.57 pour le taux de protéines. Ces valeurs sont considérées comme acceptables par les agronomes. La méthode permet de qualifier facilement chacune des zones en fonction de leur combinaison rendement - taux de protéines, par exemple rendement *moyen* et taux de protéines *faible*, les labels linguistiques étant ceux définis dans les partitions floues. D'autre part, elle garantit le regroupement d'individus sémantiquement équivalents (ceux des noyaux des ensembles flous) dans une même zone.

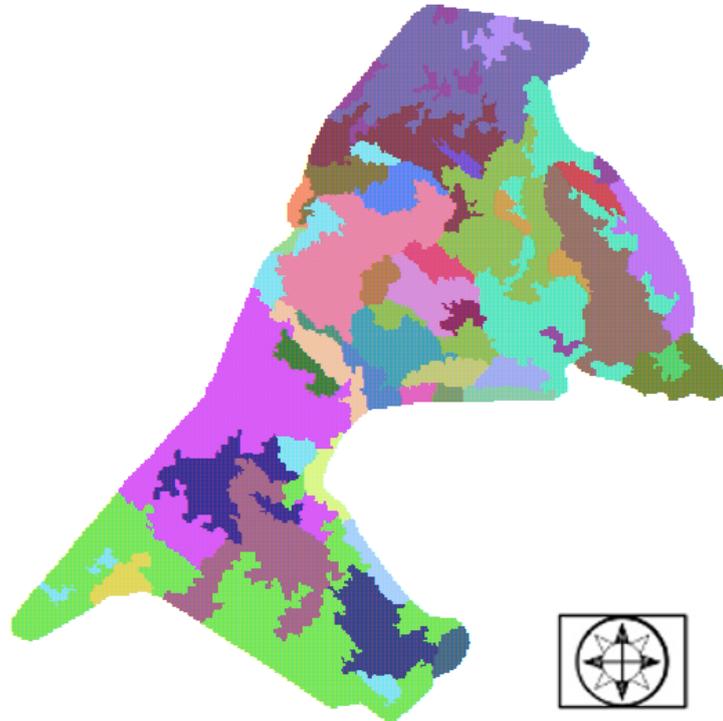


Figure 14. Résultat de la segmentation bivariée rendement protéine (43 zones)

Cet exemple montre l'intérêt d'inclure de la connaissance experte dans un algorithme de zonage. Même lorsque l'étude est multidimensionnelle, la connaissance experte est souvent mono-dimensionnelle, car les interactions sont difficiles à appréhender. L'agrégation est ici réalisée par une simple intersection. Une perspective intéressante est la conception d'opérateurs plus tolérants, capables de relâcher les contraintes du zonage tout en préservant la sémantique et l'interprétabilité.

L'algorithme de segmentation est implémenté dans le logiciel open source *GeoFIS* (Guillaume *et al.*, 2012), qui utilise les partitions floues définies dans *FisPro*.

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous avons montré que la capacité des SIF à modéliser le langage naturel et à utiliser des algorithmes d'apprentissage en font un environnement de

modélisation qui favorise la coopération entre la connaissance experte et les données. Cette coopération est importante puisque l'expertise intègre à la fois la connaissance scientifique et l'expérience personnelle. Elle permet de décrire l'influence des principales variables sous forme, souvent, purement linguistique. Quant aux données, elles contiennent une image des interactions difficiles à quantifier par l'expert.

La logique floue et les SIF, qui permettent la manipulation de symboles et le raisonnement associé, se situent sans ambiguïté au sein du champ disciplinaire de l'intelligence artificielle. Ils y occupent une place originale et peuvent collaborer avec d'autres méthodes d'intelligence artificielle, par exemple l'analyse formelle des concepts ou le raisonnement à base de cas.

Par leur capacité de traitement de données numériques et d'apprentissage, ils font également partie du champ de la fouille de données, qui est traité aussi bien en intelligence artificielle que en statistiques. Les modèles statistiques prennent en compte l'*imperfection* des données par la notion de variable aléatoire, basée sur la théorie des probabilités, et requièrent un nombre important de données pour obtenir des résultats significatifs. Par ailleurs, peu de ces modèles prennent en compte la connaissance experte, les plus connus étant l'inférence bayésienne, et les arbres de décision utilisant des partitions *a priori*<sup>5</sup>. La complémentarité entre SIF et modèles statistiques peut intervenir dans les deux sens, (i) par l'utilisation de méthodes statistiques pour le pré-traitement des données (analyses mono et multi-dimensionnelles, détection de valeurs aberrantes, ...), (ii) par la construction de variables agrégées à l'aide de SIF, afin de créer de nouvelles variables pour des modèles statistiques.

Du fait de leurs caractéristiques, la logique floue et les SIF permettent d'établir un pont entre la connaissance symbolique et les données numériques, pour lesquelles peu de passerelles existent (Sester, 2000; Adomavicius, Tuzhilin, 2001; Ling *et al.*, 2008; Thomopoulos *et al.*, 2013).

Grâce à l'implémentation dans le logiciel libre *FisPro*, le cadre de modélisation avec les SIF est facilement accessible, et des outils d'analyse exploratoire sont disponibles.

Nous avons illustré cette approche de modélisation avec deux cas d'étude en agromonie et environnement, le premier sur la pulvérisation de pesticides sur la vigne, le second sur la détermination automatique de zones homogènes pour l'agriculture de précision.

Ce dernier fait appel à des données spatialisées, dont le traitement devient un enjeu majeur dans les domaines de l'agriculture et de l'environnement. Cela s'explique par le vaste déploiement d'applications et de systèmes de mesures géoréférencés comme les images aériennes ou les réseaux de capteurs. Dans ce contexte, la zone apparaît comme l'entité de base de la gestion des données spatialisées, avec la nécessité de

---

5. Peu de travaux de la littérature utilisent cette possibilité. Très souvent, les distributions a priori sont estimées à partir des données, et les bornes des partitions sont générées automatiquement.

méthodes adaptées de représentation et de raisonnement. Cela suppose le développement de concepts, tels que la zone floue ou bien le raisonnement spatialisé approché, mais aussi celui d'outils logiciels spécifiques, pour l'interaction homme machine et la représentation de l'incertitude. Le logiciel en cours de développement, *GeoFIS*, bénéficiera des acquis de *FisPro* pour offrir une boîte à outils ouverte et efficace dans ce nouveau domaine.

#### Acknowledgements

*Les auteurs tiennent à remercier l'ensemble des contributeurs de FisPro, leurs noms et contributions figurent sur le site, et particulièrement Jean-Luc Lablée, concepteur de l'interface java qui rend l'utilisation du logiciel si conviviale. Ils sont également redevables aux nombreux co-auteurs de publications scientifiques sur lesquelles s'appuie cet article, qu'elles soient d'ordre méthodologique ou qu'elles traitent d'applications en agronomie et environnement. Dans ce dernier cas, la modélisation nécessite des données d'autant plus précieuses que leur collecte et organisation sont coûteuses. La liste complète de ces publications est également disponible sur le site de FisPro.*

#### References

- Adomavicius G., Tuzhilin A. (2001). Expert-driven validation of rule-based user models in personalization applications. *Data Mining and Knowledge Discovery*, Vol. 5, No. 1-2, pp. 33-58.
- Breiman L., Friedman J. H., Olshen R. A., Stone C. J. (1984). *Classification and regression trees*. Wadsworth International Group, Belmont CA.
- Casillas J., Cerdón O., Herrera F., Magdalena L. (2003). Interpretability improvements to find the balance interpretability-accuracy in fuzzy modeling: an overview. In *Interpretability issues in fuzzy modeling*, p. 3-22. Springer.
- Colin F., Guillaume S., Tisseyre B. (2011). Small catchment agricultural management using decision variables defined at catchment scale and a fuzzy rule-based system: a mediterranean vineyard case study. *Water Resources Management*, Vol. 25, pp. 2649-2668.
- Coulon C., Charnomordic B., Rioux D., Thiollet-Scholtus M., Guillaume S. (2012). Prediction of vine vigor and precocity using data and knowledge-based fuzzy inference systems. *Journal international des sciences de la vigne et du vin*, Vol. 46, No. 3, pp. 185-206.
- Dubois D., Prade H. (1996). What are fuzzy rules and how to use them. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 84(2), pp. 169-186.
- Dubois D., Prade H. (1997). The three semantics of fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 90, pp. 141-150.
- El Hajj M., Bégué A., Guillaume S. (2009, October). Integrating spot-5 time series, crop growth modeling and expert knowledge for monitoring agricultural practices - the case of sugarcane harvest on reunion island. *Remote Sensing of Environment*, Vol. 113, No. 10, pp. 2052-2061.

- Gil Y., Sinfort C., Guillaume S., Brunet Y., Palagos B. (2008). Influence of micrometeorological factors on pesticide loss to the air during vine spraying: Data analysis with statistical and fuzzy inference models. *Biosystems Engineering*, Vol. 100, No. 2, pp. 184-197.
- Glorennec P.-Y. (1999). *Algorithmes d'apprentissage pour systèmes d'inférence floue*. Editions Hermès, Paris.
- Grelier M., Guillaume S., Tisseyre B., Scholasch T. (2007). Precision viticulture data analysis using fuzzy inference systems. *Journal international des sciences de la vigne et du vin*, Vol. 41, No. 1, pp. 19-31.
- Guillaume S. (2001). Designing fuzzy inference systems from data: an interpretability-oriented review. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 9, No. 3, pp. 426-443.
- Guillaume S., Charnomordic B. (2004). Generating an interpretable family of fuzzy partitions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 324-335.
- Guillaume S., Charnomordic B. (2011). Learning interpretable fuzzy inference systems with fispro. *International Journal of Information Sciences*, Vol. 181, pp. 4409-4427.
- Guillaume S., Charnomordic B. (2012a, August). Fuzzy inference systems: an integrated modelling environment for collaboration between expert knowledge and data using fispro. *Expert Systems with Applications*, Vol. 39, pp. 8744-8755.
- Guillaume S., Charnomordic B. (2012b, June). Parameter optimization of a fuzzy inference system using the fispro open source software. In I. C. N. CFP12FUZ-USB (Ed.), *Ieee international conference on fuzzy systems*, p. 402-409. Brisbane, Australia, IEEE.
- Guillaume S., Charnomordic B., Loisel P. (2013). Fuzzy partitions: a way to integrate expert knowledge into distance calculations. *International Journal of Information Sciences*, pp. In Press.
- Guillaume S., Charnomordic B., Tisseyre B. (2012, June). Open source software for modelling using agro-environmental georeferenced data. In I. C. N. CFP12FUZ-USB (Ed.), *Ieee international conference on fuzzy systems*, p. 1074-1081. Brisbane, Australia, IEEE.
- Guillaume S., Magdalena L. (2006). Expert guided integration of induced knowledge into a fuzzy knowledge base. *Soft computing*, Vol. 10, No. 9, pp. 773-784.
- Jones H., Charnomordic B., Dubois D., Guillaume S. (2009). Practical inference with systems of gradual implicative rules. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 17, No. 1, pp. 61-78.
- Ling T., Kang B. H., Johns D. P., Walls J., Bindoff I. (2008). Expert-driven knowledge discovery. In S. Latifi (Ed.), *Proceedings of the fifth international conference on information technology: new generations*, p. 174-178.
- Mamdani E. H., Assilian S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International journal of Man-Machine Studies*, Vol. 7, pp. 1-13.
- Miller G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two. *The Psychological Review*, Vol. 63, pp. 81-97.
- Oliveira J. V. de. (1999). Semantic constraints for membership functions optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part A*, Vol. 29, No. 1, pp. 128-138.

- Pedroso M., Taylor J., Tisseyre B., Charnomordic B., Guillaume S. (2010). A segmentation algorithm for the delineation of management zones. *Computer and Electronics in Agriculture*, Vol. 70, No. 1, pp. 199-208.
- Quinlan J. R. (1986). Induction of decision trees. *Machine Learning*, Vol. 1, pp. 81-106.
- Rajaram T., Das A. (2010). Modeling of interactions among sustainability components of an agro-ecosystem using local knowledge through cognitive mapping and fuzzy inference system. *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, No. 2, pp. 1734-1744.
- Sester M. (2000). Knowledge acquisition for the automatic interpretation of spatial data. *International Journal of Geographical Information Science*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-24.
- Takagi T., Sugeno M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on System Man and Cybernetics*, Vol. 15, pp. 116-132.
- Thomopoulos R., Destercke S., Charnomordic B., Iyan J., Abécassis J. (2013, February). An iterative approach to build relevant ontology-aware data-driven models. *Information Sciences*, Vol. 221, pp. 452-472.
- Tremblay N., Bouroubi M., Panneton B., Guillaume S., Vigneault P., Bélec C. (2010). Development and validation of fuzzy logic inference to determine optimum rates of n for corn on the basis of field and crop features. *Precision Agriculture*, Vol. 11, pp. 621-635.
- Weber R. (1992). Fuzzy-id3: A class of methods for automatic knowledge acquisition. In *2nd international conference on fuzzy logic and neural networks*, p. 265-268.
- Zadeh L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353.
- Zadeh L. A. (1975). The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning - parts i, ii and iii. *Information Sciences*, Vol. 8-9, pp. 199-249,301-357,43-80.